Essential Skills Mathematics

Modulewijzer

Module T

Talstelsels & coderingen

Leerdoelen en onderwerpen

Leerdoelen

In deze module bestudeerd te hebben moet je:

1. het decimaal stelsel begrijpen.
2. het binaire stelsel begrijpen en binaire getallen kunnen converteren naar het decimale stelsel.
3. kunnen rekenen in het binair stelsel.
4. het octaal stelsel kunnen begrijpen en octale getallen kunnen converteren naar het decimale stelsel.
5. het hexadecimaal stelsel begrijpen en hexadecimale getallen kunnen converteren naar het decimale stelsel.
6. getallen kunnen converteren tussen het binaire, octale, decimaal en hexadecimale stelsel.
7. de sign magnitude methode, de twee complement methode en binary coded decimal kunnen toepassen

Onderwerpen

T1. D*ecimale stelsel*
T2. *Binaire stelsel en de conversie naar het decimale stelsel*
T3. *Rekenen in het binaire talstelsel*
T4. *Octaal stelsel en de conversie naar het decimale stelsel*
T5. H*exadecimaal stelsel en de conversie naar het decimale stelsel*
T6. *Conversie tussen het binaire, het octale en het hexadecimale stelsel*
T7. *Coderingen*

Antwoorden van de opgaven

T1. Het decimale stelsel

Het decimale of tientallig stelsel heeft 10 symbolen: **0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.**
Deze symbolen worden digits genoemd. (digit = cijfer).

Alle getallen in het decimale stelsel kunnen gerepresenteerd worden als de som van machten van 10. Laten wij het getal 2394 nemen. Dit getal kan opgeschreven worden als de som van machten van 10, waarbij de machten van tien met een bepaald getal vermenigvuldigd dienen te worden.

Dus, de waarde die een cijfer bijdraagt in een getal, hangt af van:
- de waarde van het cijfer
- de plaats van het cijfer in het getal.

Voorbeeld
Het getal 2 3 9 4 kan geschreven worden als:

$2394 = 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 4 \times 10^0 = 2000 + 300 + 90 + 4$

2 x 1000	=	2×10^3
3 x 100	=	3×10^2
9 x 10	=	9×10^1
4 x 1	=	4×10^0
Totaal:		2394

Macht	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
Gewicht	1000000	100 000	10 000	1000	100	10	1
2394	0	0	0	2	3	9	4

Je kunt elk decimaal getal representeren als machten van 10. De machten 10^4 t/m 10^6 zijn overbodig om een decimaal getal met vier 4 symbolen te representeren, maar zijn opgenomen ter illustratie want je zult ze nodig hebben bij het maken van de sommen behorende bij deze sectie.

Aan de plaats van het cijfer wordt een 'gewicht' toegekend. In het decimale stelsel zijn de gewichten van de cijfers machten van tien: ... 10^4 --10^3--10^2--10^1--10^0--10^{-1}--10^{-2}--10^{-3}...

In het vorige voorbeeld hebben wij een geheel decimaal getal opgeschreven als de som van machten van 10. Zoals je weet bestaan er ook komma getallen. De wereldhandel zou heel anders eruit zien als wij geen komma getallen zouden kennen. Dan zouden alle prijzen gehele getallen zijn.

Voorbeeld
Om een decimaal komma ofwel een rationaal getal, zoals bijvoorbeeld 2,45 als machten van tien op te schrijven heb je ook 10^{-1}--10^{-2}--10^{-3}... nodig omdat het eerste getal achter de komma een macht van 10^{-1} is, het tweede getal achter de komma een macht van 10^{-2} is enz.

Het getal 2,45 kan je op de volgende manier in het decimaal stelsel representeren:
$2{,}45 = 2 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$

2×10^0	=	2
4×10^{-1}	=	0,4
5×10^{-2}	=	0,05
Totaal		2,45

NB 10^{-1} is 1/10 en dat is 0,1.

Macht	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
Gewicht	10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001
2,45	0	2	4	5	0	0	0

Opgave T1.1.

Schrijf de volgende getallen als machten van 10 op.

a) 10245

b) 2003

c) 100234455

d) 243,5678

Ga nu in Grasple aan de slag met opgaven van dit onderdeel om na te gaan of je de stof goed hebt begrepen.

T2. Het binaire stelsel

Wij hebben gezien dat decimale getallen gerepresenteerd kunnen worden als machten van 10. Wij kunnen als basis ook 2 nemen. Dit stelsel dat twee symbolen kent wordt het binaire stelsel genoemd. Dit stelsel wordt ook het tweetallig stelsel genoemd en kent de symbolen: **0** en **1.** Alle getallen in het binaire stelsel zijn een combinatie van 0'en en 1'nen**.**

Deze symbolen worden bits genoemd (bit = binary digit = binair cijfer).
Net als bij het decimale stelsel bepaalt de positie van het bit de waarde.

Voorbeeld
De betekenis van het getal $1011_{(2)}$ in het decimale stelsel is:

$1x2^0$ = 1

$1x2^1$ = 2

$0x2^2$ = 0

$1x2^3$ = 8

Dus: $11_{(10)}$

N.B. De meest rechter positie van een binaire getal 1011 is een 1. Deze positie staat dus voor de positie van 2^0. Omdat er een 1 staat wordt bij de conversie naar een decimaal getal 2^0 met 1 vermenigvuldigd.

In het tweetallig stelsel zijn de gewichten van de bits: ... 2^4--2^3--2^2--2^1--2^0--2^{-1}--2^{-2}--2^{-3} ...

Samengevat komt het erop neer, dat één 1 in het binaire getal betekent dat de bij deze plaats behorende macht van twee bezet is. Staat er een 0, dan ontbreekt deze macht. Door deze machten apart uit te rekenen en vervolgens op te tellen, ontstaat het gelijkwaardige decimale getal.

Voorbeeld
Indien wij het decimale getal 214 in het binaire stelsel willen representeren dan kunnen wij gebruik maken van de tabel op de volgende bladzijde.

Macht	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Gewicht	256	128	64	32	16	8	4	2	1
$214_{(2)}$	0	1	1	0	1	0	1	1	0

Bij het omzetten van het decimale stelsel naar het binaire stelsel moeten we zoeken naar de hoogste macht van twee, die van het decimale getal kan worden afgetrokken met als rest een getal groter of gelijk aan 0. Is het aftrekken niet mogelijk, dan moet op die plaats in het binaire getal een 0 worden ingevuld. Op deze manier ontstaat het binaire getal van links naar rechts. Het omzetten van getallen van het ene stelsel naar gelijkwaardige getallen in een ander stelsel wordt converteren genoemd.

Rest	Hoogste macht	Rest – hoogste macht	Bijdrage aan binair getal
214	2^7 = 128	214 – 128 = 86	1 * 2^7
86	2^6 = 64	86 – 64 = 22	1 * 2^6
22	2^4 = 16	22 – 16 = 6	1 * 2^4
6	2^2 = 4	6 – 4 = 2	1 * 2^2
2	2^1 = 2	2 – 2 = 0	1 * 2^1

Enfin, $214 = 1\text{x}\, 2^7 + 1\text{x}2^6 + 1\text{x}\, 2^4 + 1\text{x}\, 2^2 + 1\text{x}\, 2^1 = 128 + 64 + 16 + 4 + 2$ en kan in het binaire stelsel gerepresenteerd worden als het getal 1101 0110.

N.B. De getallen waarmee de machten van twee vermenigvuldig kunnen worden zijn 0 of 1. In het decimaal stelsel is dat een cijfer tussen 0 en 9.

In de vorige sectie hebben wij gezien dat wij komma getallen kunnen representeren als machten van 10. Alle getallen achter het komma zijn een representatie van een negatieve macht van 10. Indien je een decimaal komma getal wilt representeren als een binair getal pas je hetzelfde principe toe alleen neem je in plaats van negatieve machten van 10 de negatieve machten van 2 voor de cijfers achter de komma.

Voorbeeld
Wij nemen weer het getal 2,44 dat in de vorige sectie als een som van machten van 10 werd opgeschreven. 2,44 kun je op de volgende manier in het binair stelsel representeren:

$2,44 = 1 \times 2^{1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$

1×2^{1} = 2
1×2^{-2} = 0,25
1×2^{-3} = 0,125
1×2^{-4} = 0,0625
Totaal 2,4375 = 2,44

Macht	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
Gewicht	8	4	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125	0,015625
$2,44_{(2)}$	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0

Dus, het decimale getal 2,44 is binair 10,0111.

Opgave T2.1.

Converteer de onderstaande decimale getallen naar het binaire getallen
a) 10245
b) 2003
c) 4097
d) 243,64063

Als wij een binair getal naar het decimale stelsel willen omzetten dan kijken wij naar de posities in het binaire getal die een 1 bevatten en die vermenigvuldigen wij met de corresponderende macht.

Voorbeeld
Neem het binaire getal 110101 waarvoor wij willen weten welk getal dat is in het decimale stelsel. Dan is het nodig dat wij weten wat de waarde van de eerste 5 machten van 2 omdat het meest linker bit van dit getal een 2^5 representeert. Het getal 110101 kunnen wij op de volgende manier representeren:

Macht	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Gewicht	32	16	8	4	2	1
	1	1	0	1	0	1

Dat betekent dat 110101 dat in het binaire stelsel geschreven kan worden als:
$1x\ 2^5 + 1x\ 2^4 + 0x\ 2^3 + 1x\ 2^2 + 0x\ 2^1 + 1x\ 2^0$ en dat is
$32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 53_{(10)}$ in het decimale stelsel.

Opgave T2.2.

Converteer de onderstaande binaire getallen naar decimale getallen:

a) 101111

b) 1111

c) 1111100011

d) 101,101

Ga nu in Grasple aan de slag met opgaven van dit onderdeel om na te gaan of je de stof goed hebt begrepen.

T3. Rekenen in het binaire talstelsel

Evenals in het tientallig stelsel kan ook in het tweetallig stelsel worden gerekend. In dit kader worden van het optellen en het aftrekken behandeld.

Optellen
Het optellen in het tweetallig stelsel gebeurt op dezelfde manier als in het tientallig stelsel. Ook hier krijgen we te maken met onthouden (carry genoemd) als de som van de optelling groter wordt dan of gelijk wordt aan het grondtal.

Optelregels

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1

1 + 0 = 1

1 + 1 = 10 (0 opschrijven en 1 onthouden voor de naast hogere macht. Deze 1 wordt carry genoemd).

Voorbeeld
Wij gaan de onderstaande twee getallen bij elkaar optellen.

	1	1	1	0	0	1	1
+	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0

1e van rechts: 1+1 = 10, 0 opschrijven 1 meenemen naar de eerst volgende macht
2de van rechts: 1+1 = 10 0 opschrijven 1 meenemen naar de eerst volgende macht
3de van rechts: 0+1 = 1
4de van rechts: 0+1 = 1
5de van rechts: 1+1 = 10, 0 opschrijven 1 meenemen naar de eerst volgende macht
6de van rechts: 1+1 = 10, 0 opschrijven 1 meenemen naar de eerst volgende macht
7de van rechts: 1+1 = 10, 0 opschrijven 1 meenemen naar de eerst volgende macht
8de van rechts: carry = 1

Aftrekken
Het aftrekken in het tweetallig stelsel gebeurt ook op dezelfde manier als in het tientallig stelsel. We krijgen hier te maken met een lening (borrow genoemd) zodra de aftrekking een negatief resultaat zou opleveren. Wanneer bij de laatste aftrekking (MSB) nog geleend moet worden, dan hebben we te maken met een negatief resultaat.

Aftrekregels

0 - 0 = 0

1 - 0 = 1

1 - 1 = 0

0 - 1 = 1 (er is geleend van de naastliggende hogere macht)

Voorbeeld

Wij gaan het verschil uitrekenen van 110 en 001

1	1	0
0	0	1
1	0	1

Meest rechter kolom: 0 – 1 = 1 (er wordt 1 geleend van de naastliggende hogere macht)
Middelste kolom: Er is een 1 geleend en die trekken wij er meteen af. 1 – 1 = 0
Meest linker kolom: Er is niets geleend. 1 – 0 = 1.

Opgave T3.1.

Bereken het volgende:

a) 110 111 + 111 =

b) 110 111 – 110 =

c) 1110 + 110000 =

Ga nu in Grasple aan de slag met opgaven van dit onderdeel om na te gaan of je de stof goed hebt begrepen.

T4. Het octaal(achttallige) stelsel

In de vorige secties hebben wij gezien dat het aantal symbolen waaruit een stelsel bestaat de basis vormt voor het opschrijven van getallen in dat stelsel. In het decimale stelsel dat 10 symbolen kent kunnen wij alle getallen opschrijven als machten van 10. In het binaire stelsel zijn alle getallen een som van de machten van 2.

Het octale stelsel dat wij in deze sectie gaan introduceren heeft als basis acht symbolen: **0 1 2 3 4 5 6 7.** Alle getallen in het octale stelsel kunnen opgeschreven worden als de som van de machten van 8.

Weer bepaalt de positie van de bit de waarde van de digit. Alleen representeert elk cijfer in een octaal getal een macht van 8. Het meeste rechtse cijfer heeft de waarde 8^0, het cijfer daarnaast heeft de waarde 8^1 enz. In het achttallig stelsel zijn de gewichten van de bits dus: ...8^4--8^3—8^2--8^1--8^0--8^{-1}--8^{-2}...

Voorbeeld
Gevraagd: $214_{(10)}$ omzetten naar het achttallig stelsel.

Macht	8^3	8^2	8^1	8^0
Gewicht	512	64	8	1
$214_{(8)}$	0	3	2	6

In $214_{(10)}$, zit geen veelvoud van de macht van 8^3, immers $8^3 = 512$ en dat is groter dan 214. Wel zitten er in $214_{(10)}$ veelvouden van de macht van 8^2 en wel 3, immers $3 \times 8^2 = 3 \times 64 = 192$. Er blijft over $214_{(10)}$, - $192_{(10)} = 22_{(10)}$. Hierin zit een tweevouden van 8^1 . Dit is $2 \times 8^1 = 16$. Er blijft nu nog over $22_{(10)} - 16_{(10)} = 6_{(10)}$ en dit zijn 6 veelvouden van de macht van 8^0.

Rest	Hoogste macht	Rest – hoogste macht	Bijdrage aan octaal getal
214	8^2 =64	214 – 192 (=3*64) = 22	3 * 8^2
22	8^1 = 8	22 – 16(=2*8) = 6	2 * 8^1
6	8^0 = 1	6 – 6(=6*1) = 6	6 * 8^0

Dus, 214 kan opgeschreven worden als $214 = 3x\ 8^2 + 2x\ 8^1 + 6x\ 8^0 = 3 \times 64 + 16 + 6$.
In het octale stelsel is $214_{(8)} = 326$.

Opgave T4.1.

Converteer de onderstaande octale getallen naar decimale getallen:

a) $345_{(8)}$ =

b) $59_{(8)}$ =

c) $123_{(8)}$ =

Andersom, als wij een octaal getal in het decimale stelsel willen representeren dan vermenigvuldigen wij het cijfer op een bepaalde positie met de overeenkomstige macht van 8. In het achttallig stelsel zijn de gewichten van de bits: ...8^4--8^3—8^2--8^1--8^0--8^{-1}--8^{-2}...

Voorbeeld
In het onderstaande voorbeeld hebben wij het octaal getal $364_{(8)}$. Het meest rechter cijfer van het getal correspondeert met 8^0 het middelste met 8^1 en het meest linker getal met 8^2.
Het octale getal $364_{(8)}$ kan opgeschreven worden als:
$4x8^0$ = 4
$6x8^1$ = 48
$3x8^2$ = 192
Dus: $364_{(8)}$ = 4+48+192 = $244_{(10)}$
Tellen van 0 tot 20 gaat in het achttallig stelsel als volgt:

Decimaal	Octaal
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	10
9	11
10	12

Decimaal	Octaal
11	13
12	14
13	15
14	16
15	17
16	20
17	21
18	22
19	23
20	24

Het omzetten van decimale breuken gebeurt op dezelfde manier als in het decimale en binaire stelsel, alleen gebruiken wij voor de getallen achter de komma geen machten van 2 of 10, maar negatieve machten van 8.

Opgave T4.2.

Converteer de onderstaande decimale getallen naar octale getallen:

a) 10245 =

b) 2003

c) 100234455

d) 243,53

Ga nu in Grasple aan de slag met opgaven van dit onderdeel om na te gaan of je de stof goed hebt begrepen.

T5. Hexadecimale stelsel

Zoals je in de vorige secties gezien hebt is het aantal symbolen dat de basis vormt voor een stelsel bepalend voor de basis die tot een bepaalde macht verheven wordt. Bij het decimaal stelsel was dat de 10, bij het binaire stelsels is dat de 2 en bij het octaal stelsel is dat de 8. Het hexadecimale ofwel het zestienstellige stelsel heeft als basis 16 symbolen. Dat zijn: **0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F**

Wij hadden ook door kunnen schrijven na de 9, maar voor de getallen 10 t/m 15 zijn respectievelijk de letters A t/m F gekozen.

Dus:
$A_{(16)} = 10_{(10)}$
$B_{(16)} = 11_{(10)}$
$C_{(16)} = 12_{(10)}$
$D_{(16)} =13_{(10)}$
$E_{(16)} = 14_{(10)}$
$F_{(16)} = 15_{(10)}$

De representatie van een hexadecimaal getal in het decimaal stelsel gebeurt volgens dezelfde regels als bij het binaire en octaal talstelsel. Dus, ook in het zestientallig stelsel bepaalde positie van de digit de waarde, waarbij het meest rechter cijfer van een hexadecimaal getal een veelvoud is van de macht van $16^{0.}$

..	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0	16^{-1}	16^{-2}	..
	65536	4096	256	16	1	0,0625	0,00390625	

Wederom kan met negatieve machten de getallen achter de komma representeren.

Voorbeeld
Laten wij kijken wat de betekenis van het hexadecimaal getal 4B is in het decimaal stelsel. Het getal $4B_{(16)}$ kan opgeschreven worden als:
$4\ B_{(16)}$
$B \times 16^0 = 11 \times 1 =$ 11
$4 \times 16^1 = 4 \times 16 =$ $\underline{64}$
Dus: $\mathbf{75_{(10)}}$

Macht	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0
Gewicht	65536	4096	256	16	1
$4B_{(16)}$	0	0	0	4	11

Opgave T5.1.

Schrijf de volgende hexadecimale getallen als decimale getallen op:

a) 5FA7

b) DD1

c) B09C

d) A01

Voorbeeld
De betekenis van het getal $A73C_{(16)}$ is:

C x 16^0	= 12 x 1 =	12
3 x 16^1	= 3 x 16 =	48
7 x 16^2	= 7 x 256 =	1792
A x 16^3	= 10 x 4096 =	40960
Dus:		**$42812_{(10)}$**

Voorbeeld
Het getal $8512_{(10)}$ wordt op de volgende manier om naar het hexadecimale stelsel omgezet:

Macht	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0
Gewicht	65536	4096	256	16	1
$8512_{(16)}$	0	2	1	4	0

Rest	Hoogste macht	Rest – hoogste macht	Bijdrage aan hexadecimaal getal
8512	16^3 =4096	8512 – 4096 = 320	2 * 16^3
320	16^2 = 256	320 – 256 = 64	1 * 16^2
64	16^1 = 16	64 – 64 = 0	4 * 16^1

Dus, het getal $8512_{(10)}$ = 2 * 16^3 + 1 * 16^2 + 4 * 16^1 + 0*16^1= $2140_{(16)}$

Opgave T5.2.

Schrijf de volgende decimale getallen als hexadecimale getallen op:

a) 10245

b) 2003

c) 100234455

d) 2456

Ga nu in Grasple aan de slag met opgaven van dit onderdeel om na te gaan of je de stof goed hebt begrepen.

T6. Conversie tussen het binaire, het octale en het hexadecimale stelsels

We hebben in de voorgaande hoofdstukken gezien hoe wij van een decimaal stelsel naar een ander talstelsel kunnen converteren. Hiervoor hebben wij gekeken naar het binaire, octale en hexadecimale stelsel, omdat dit de basis is voor de eenheid van de maat van het geheugen in een computer. 1 byte bevat 8 bits. 1Kb bevat 1000 bytes.

Het is ook rechtstreeks tussen willekeurige talstelsel getallen te converteren. In deze sectie zullen we laten zien hoe binaire getallen naar het octale en hexadecimale stelsel geconverteerd kunnen worden. Dit gaat eenvoudig omdat ze allen machten van 2 zijn. Immers $2 = 2^1$, $8 = 2^3$ en $16 = 2^4$.

Wanneer we van het binaire stelsel willen overgaan naar het octale stelsel dan moet het binaire getal opgesplitst worden in groepjes van 3 bits. De reden hiervoor is dat $8 = 2^3$. De omzetting van het octale naar het tweetallige stelsel is niets meer dan het splitsen van elk octaal symbool in een binair getal van drie bits volgens de onderstaande tabel.

Binair	Octaal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Voorbeeld
Als wij het binaire getal 1101101101,01 willen omzetten naar een octaal getal dan gaan wij als volgt te werk. Wij groeperen alle getallen voor en na de komma in groepjes van drie en zoeken het vervolgens op in de voorgaande tabel.

Binair getal	001	101	101	101,	010
Octaal getal	1	5	5	5,	2

Dus, het binaire getal 1101101101,01 is $1555{,}2_{(8)}$ in het octale stelsel.

Opgave T6.1.

Schrijf de volgende binaire getallen als octale getallen op:

a) 11111

b) 110101

c) 0011

d) 1000000

De conversie van een octaal naar een binair getal werkt volgens hetzelfde principe.

Voorbeeld
Het getal $364_{(8)}$ kan geschreven worden als:

$3_{(8)} = 011$
$6_{(8)} = 110$
$4_{(8)} = 100$

Dus, het octale getal $364_{(8)}$ kan geschreven worden als het binaire getal 011 110 100 ofwel 11110100.

Opgave T6.2.

Schrijf de volgende octale getallen als binaire getallen op:

a) 234

b) 6551

c) 67

d) 55

Conversie binaire getallen naar hexadecimale getallen
Wanneer we van het binaire stelsel willen overgaan naar het hexadecimale stelsel, dan moet het binaire getal worden opgesplitst in groepjes van 4 bits. De omzetting van het zestientallig naar het tweetallig stelsel is niets meer dan het splitsen van elk hexadecimaal symbool in een binair getal van vier bits volgens de tabel.

Zestien is een macht van twee ($16 = 2^4$).

Binair	Hexadecimaal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7

Binair	Hexadecimaal
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Voorbeeld
Zet het binaire getal 1101101101,01 om in het equivalente hexadecimale getal.

Binair getal	0011	0110	1101,	0100
Hexadecimaal getal	3	6	D,	4

Dus, het binaire getal 1101101101,01 = $36D,4_{(16)}$

Zoals we zien, worden vanaf de komma aan beide uiteinden nullen toegevoegd tot een viertal is bereikt. Vooral achter de komma is dit van belang. Ga dit na!

Zeker met de komst van de microprocessor wordt van deze omzetting veel gebruik gemaakt. Niet alleen is de omzetting eenvoudig te realiseren, maar ook worden zeer lange binaire getallen bij invoer en uitvoer vermeden.
Bij computers (die altijd binair werken) wordt meestal met hexadecimale waarden gewerkt.

Opgave T6.3.

Schrijf de volgende binaire getallen als hexadecimale getallen op:

a) 11111

b) 110101

c) 0011

d) 1000000

Voorbeeld
Het getal $364_{(16)}$ kan geschreven worden als:

$3_{(8)} = 0011$
$6_{(8)} = 0110$
$4_{(8)} = 0100$

Dus, het hexadecimale getal $364_{(16)}$ kan geschreven worden als het binaire getal 0011 0110 0100 ofwel 11 0110 0100.

Opgave T6.4.

Schrijf de volgende hexadecimale getallen als binaire getallen op:

a) 5FA7

b) DD1

c) B09C

d) A01

Ga nu in Grasple aan de slag met opgaven van dit onderdeel om na te gaan of je de stof goed hebt begrepen.

T7. Coderingen

T7.1. Binary Coded Decimal

In het BCD talstelsel wordt het getal 1529 voorgesteld door 0001 0101 0010 1001. De binaire cijfers hebben hier per groepje van vier de waarden 1000 (1 maal 10^3; 0001 binair = 1 decimaal), 500 (5 maal 10^2; 0101 binair = 9 decimaal), 20 (2 maal 10^1) en 9 (9 maal 10^0).

Om de leesbaarheid van getallen te vergemakkelijken groepeert men decimale getallen per drie cijfers, binaire en BCD getallen per vier cijfers, en hexadecimale getallen (zie paragraaf T.3 van dit hoofdstuk) vaak per twee cijfers. Hierbij worden de cijfers steeds van rechts naar links gegroepeerd (bij gehele getallen).

In de onderstaande tabel worden getallen 0 tot 20 in de vier talstelsels weergegeven:

Decimal	**BCD**	**hexadecimaal**	**(zuiver) binair**	**decimaal**	**BCD**	**hexadecimaal**	**(zuiver) binair**
0	0000	0	0	11	0001 0001	B	1011
1	0001	1	1	12	0001 0010	C	1100
2	0010	2	10	13	0001 0011	D	1101
3	0011	3	11	14	0001 0100	E	1110
4	0100	4	100	15	0001 0101	F	1111
5	0101	5	101	16	0001 0110	10	1 0000
6	0110	6	110	17	0001 0111	11	1 0001
7	0111	7	111	18	0001 1000	12	1 0010
8	1000	8	1000	19	0001 1001	13	1 0011
9	1001	9	1001	20	0001 1010	14	1 0100
10	0001 0000	A	1010				

Opmerkingen
Het meest links staande symbool in een getal heet de **MSD**. Dit is het belangrijkste digit (**MSD** = Most Significant Digit). Het minst belangrijke digit is het meest rechts staande symbool en heet **LSD** (**LSD** - Least Significant Digit). Bij gebruik van binaire getallen spreekt men van **MSB** (Most Significant bit) en van **LSB** (Least Significant Bit)

T7.2. Sign magnitude methode

Tot nu toe hebben we gewerkt met binaire getallen zonder ons om het teken te bekommeren. We spreken in zo'n geval van unsigned-getallen, getallen zonder teken (sign = teken). Onderstaand overzicht laat nog eens zien hoe dergelijke getallen zijn opgebouwd.

2^3 8	2^2 4	2^1 2	2^0 1	Decimaal
0	1	1	0	6
1	0	0	1	9
1	1	1	1	15
0	0	1	1	3
1	0	1	1	11

Signed getallen

Bij signed-getallen gaat het om getallen met een teken, dus positieve en negatieve getallen.

Het is natuurlijk niet moeilijk om aan te geven of een getal positief, dan wel negatief is. We doen dit door een + of een - teken voor het betreffende getal te plaatsen. In digitale systemen wordt natuurlijk ook met positieve en negatieve getallen gewerkt. Het probleem is hoe in een dergelijk systeem, dat alleen 'enen' en 'nullen' kent, het onderscheid gemaakt wordt. Voor dit probleem zijn twee oplossingen in gebruik, namelijk de:

- Sign and magnitude methode (teken- en waardemethode).
- 2-complementmethode.

Sign and magnitude

In de sign- and magnitude-methode wordt één bit gebruikt om het teken van het getal aan te geven (sign = teken). Dit kan door bijvoorbeeld een 0 voor een positief getal te zetten en een 1 voor een negatief getal. Het sign bit zelf vertegenwoordigt geen waarde. Alle andere bits vertegenwoordigen de magnitude (magnitude = waarde).

Dit is weergegeven in de volgende tabel.

+/-	2^2 4	2^1 2	2^0 1	decimaal
0	0	1	1	+3
0	1	0	1	+5
1	0	0	1	-1
1	1	0	0	-4
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
1	1	1	1	-7
1	0	1	0	-2

Met 4-bitsgetallen kun je natuurlijk maar een beperkt aantal getallen weergeven, we noemen dat het bereik van de getallen.

Vergeleken met unsigned-getallen is bij signed-getallen het bereik verschoven. Voor 4-bitsgetallen is dit als volgt:

0 …………. +15 Unsigned

Bij unsigned hebben we ook 16 mogelijkheden, maar kunnen we 15 getallen weergeven.

-7….. 0 ….. +7 Signed.

We hebben hier dus 16 mogelijkheden en kunnen hier dus 'maar' 15 getallen in weergeven! Wat is hier aan de hand?

Nadelen van sign and magnitude

Het is je misschien opgevallen dat het getal 0 op twee manieren kan worden geschreven, namelijk als 0000 en als 1000, (als we uitgaan van 4 bits getallen). In de praktijk geeft dit problemen.
Een ander nadeel is dat getallen in de signed- and magnitude-notatie niet voldoen aan de gewone regels van het binair rekenen. Een voorbeeld zal dit duidelijk maken.

1 = 0001 en -2 =1010

Tellen we deze getallen op volgens de gewone regels dan is het resultaat:
0 0 0 1

1 0 1 0
1 0 1 1 dit is -3

En er moet toch echt -1 uitkomen! We moeten zoeken naar een systeem van getallenrepresentatie waarbij bovengenoemde nadelen niet optreden. Een oplossing is de *2-complement methode*.

T7.3. De 2-complement methode

Een oplossing is om aan het MSB naast zijn waarde ook een - (min)-teken mee te geven. Voor 4-bitsgetallen is de waarde van het MSB dan gelijk aan -8 (als op deze plaats een 1 staat, dan tel je hem mee als -8, als hier een nul staat niet!)
Bestudeer het volgende schema:

-2^3 -8	2^2 4	2^1 2	2^0 1	Decimaal
0	1	1	1	+7
0	0	1	1	+3
0	0	0	0	0
1	1	1	1	-1
1	0	1	1	-5
1	0	1	0	-6
1	0	0	0	-8

Waarom zou bovenstaande methode om getallen te noteren de 2-complement notatie genoemd worden? Voordat we deze vraag kunnen beantwoorden, moeten we eerst weten wat het complementeren van een binair getal is. Stel we nemen van een getal het 1-complement dan wordt elke 1 vervangen door een 0 en elke 0 vervangen door een 1.
Bijvoorbeeld: het 1-complement van 0 0 1 0 is gelijk aan 1 1 0 1.

Toelichting
Complement betekent aanvulling, we nemen in dit geval de aanvulling tot 11111111 (aantal enen natuurlijk afhankelijk van een hoeveel bits-getal we hebben)

10101001 oorspronkelijk getal
01010110+ 1 complement van bovenstaande
11111111 resultaat van de optelling

Het 2-complement van een getal is gelijk aan het 1-complement + 1:

+3 wordt aangegeven als 0 0 1 1
Het 1-complement van +3 is: 1 1 0 0
Het 2-complement wordt verkregen door er 1 bij op te tellen: 1 1 0 1
En we zien dat 1 1 0 1 gelijk is aan (-8) + (+4) + (0) + (+ 1) = -3.

Ook het rekenen gaat nu goed, zoals onderstaand voorbeeld laat zien:
0 0 1 0 (+2)
1 1 0 1 (-3)
1 1 1 1 (-1)

Het '1 -complement' is het tegengestelde van het binaire getal, het '2-complement' is gelijk aan het '1-complement' + 1 en is dus het originele getal, maar dan negatief.

Als van een binair getal, genoteerd volgens de '2-complement'-notatie, opnieuw het '2-complement' wordt genomen, dan verandert dat getal van teken

Opgave T7.3.1.

Verander het teken van de volgende binaire getallen, dus bereken het 2-complement voor deze getallen:

a) 101111
b) 1111
c) 1111100011
d) 101101

Opgave T7.3.2.

Schrijf de volgende *decimale* getallen als *2-complement* getal met 8 bits:
a) –8
b) 127
c) –128
d) 74

Ga nu in Grasple aan de slag met opgaven van dit onderdeel om na te gaan of je de stof goed hebt begrepen.

Antwoorden van de opgaven

Opgave T1.1.

Schrijf de volgende getallen als machten van 10 op.

a) 10245 = $1x10^4 + 2x10^2 + 4x10^1 + 5x10^0$

b) 2003 = $2x10^3 + 3x10^0$

c) 100234455 = $1x10^8 + 2x10^5 + 3x10^4 + 4x10^3 + 4x10^2 + 5x10^1 + 5x10^0$

d) 243,5678 = $2x10^2 + 4x10^1 + 3x10^0 + 5x\ 10^{-1} + 6x\ 10^{-2} + 7x\ 10^{-3} + 8x\ 10^{-4}$

Opgave T2.1.

Converteer de onderstaande decimale getallen naar het binaire getallen

a) 10245 = 10100000000101

b) 2003 = 11111010011

c) 4097 = 1000000000001

d) 243,64063 = 011110011,100101
0,64063 = 0,5 + 0,0625 + 0,078125 = 0,640625 afgerond

2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
0,5	0,25	0,125	0,0625	0,015625	0,078125
1	0	0	1	0	1

Opgave T2.2.

Converteer de onderstaande binaire getallen naar decimale getallen:

a) 101111 = 47

b) 1111 = 15

c) 1111100011 = 995

d) 101,101 = 4 + 1 + 0,5 + 0,125 = 5,625

Opgave T3.1.

Bereken het volgende:

a) 110 111 + 111 = 0111110

b) 110 111 – 110 = 0110001

c) 1110 + 110000 = 0111110

Opgave T4.1.

Converteer de onderstaande octale getallen naar decimale getallen:

a) $345_{(8)} = 229_{(10)}$

b) $59_{(8)} = 5x8^1 + 9\ x8^0 = 49_{(10)}$

c) $123_{(8)} = 1x8^2 + 2x8^1 + 3x8^0 = 64 + 16 + 3 = 83_{(10)}$

Opgave T4.2.

Converteer de onderstaande decimale getallen naar octale getallen:

a) 10245 = 24005

b) 2003 = 3723

c) 100234455 = 576272327

d) 243,53 = 363,42 omdat
0,53 = 4x 0,125(=0,5) + 2x0,015625 (=0,03125)

Macht	8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}	8^{-4}
Gewicht	0,125	0,015625	0,01953125	0,000244140625
$0{,}53_{(8)}$	4	2	0	0

Opgave T5.1.

Schrijf de volgende hexadecimale getallen als decimale getallen op:

a) 5FA7 = 24487

b) DD1 = 3537

c) B09C = 45212

d) A01 = 2561

Opgave T5.2.

Schrijf de volgende decimale getallen als hexadecimale getallen op:

a) 10245 = 2805

b) 2003 = 7D3

c) 100234455 = 5F974D7

d) 2456 = 998

Opgave T6.1.

Schrijf de volgende binaire getallen als octale getallen op:

d) 11111 = 37

e) 110101 = 65

f) 0011 = 3

d) 1000000 = 100

Opgave T6.2.

Schrijf de volgende octale getallen als binaire getallen op:

a) 234 = 10011100

b) 6551 = 110101101001

c) 67 = 110111

d) 55 = 101101

Opgave T6.3.

Schrijf de volgende binaire getallen als hexadecimale getallen op:

a) 11111 = 1F

b) 110101 = 35

c) 0011 = 3

d) 1000000 = 40

Opgave T6.4.

Schrijf de volgende hexadecimale getallen als binaire getallen op:

a) 5FA7 = 101111110100111

b) DD1 = 110111010001

c) B09C = 1011000010011100

d) A01 = 101000000001

Opgave T7.3.1.

Bereken het 2-complement voor de volgende 8 bits getallen:

a) 101111 = 10001

b) 1111 = 1

c) 1111100011 = 11101

d) 101101 = 10011

Opgave T7.3.2.

Schrijf de volgende *decimale* getallen als *2-complement* getal met 8 bits:

a) –8 = 11111000

b) 127 = 01111111

c) –128 = 10000000

d) 74 = 01001010